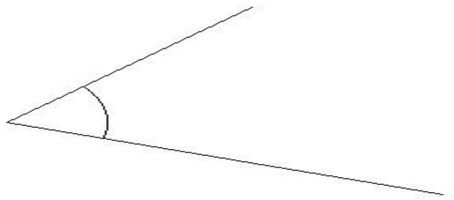
LA RESISTANCE DES MATERIAIX (COURS IERE ANNEE)

I- Angle :

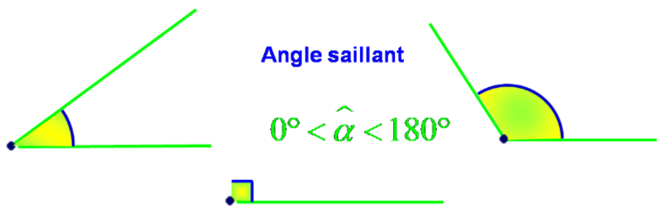
A- Définition :

Un **angle** est la **figure** formée par deux **demi-droites**, deux **segments de droite** ou une **demi-droite** et un segment de droite issus d'un même point qui est le **sommet** de l'angle.

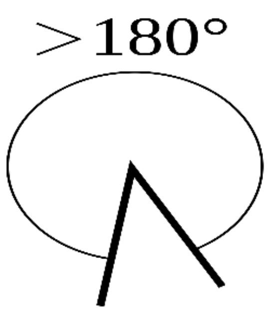
Pour désigner un angle formé par deux demi-droites AB et AC, on dit BÂC, on dit angle BÂC en plaçant la lettre du sommet au milieu ou plus simplement l'angle A. on écrit BÂC ou Â.



1- Angle saillant :

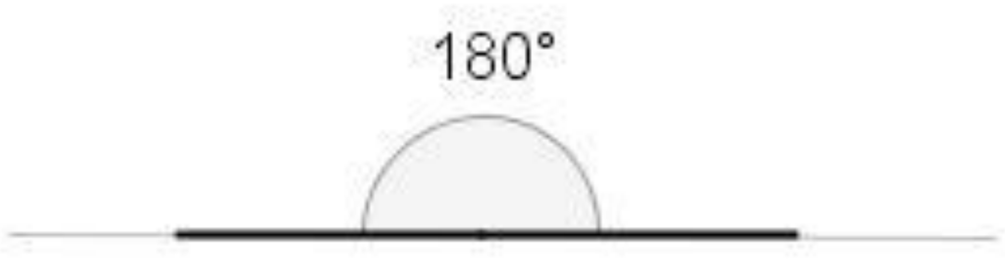


2- Angle rentrant :

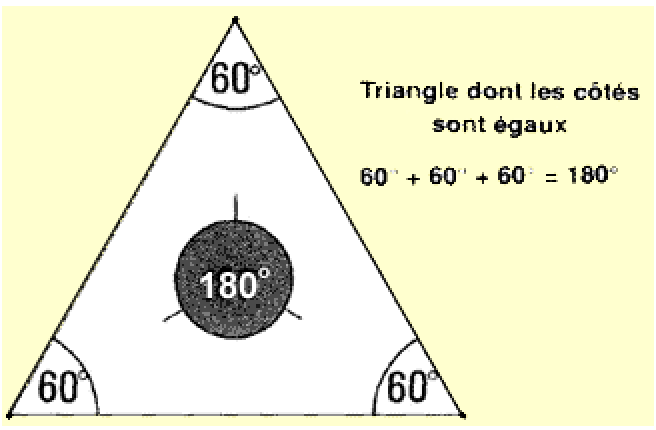


3- Angle plat : On appelle **angle plat**, un angle dont les côtés appartiennent à une même droite.

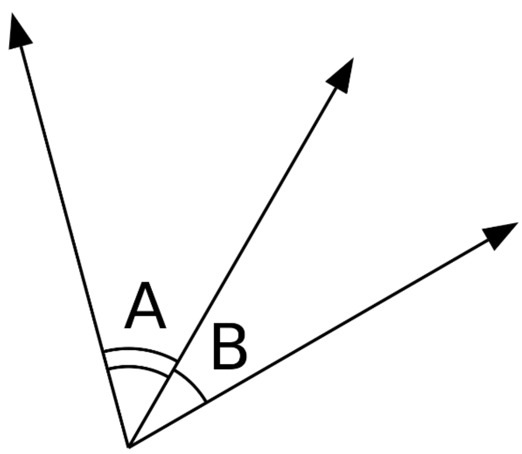
C'est un angle de 180°**.**



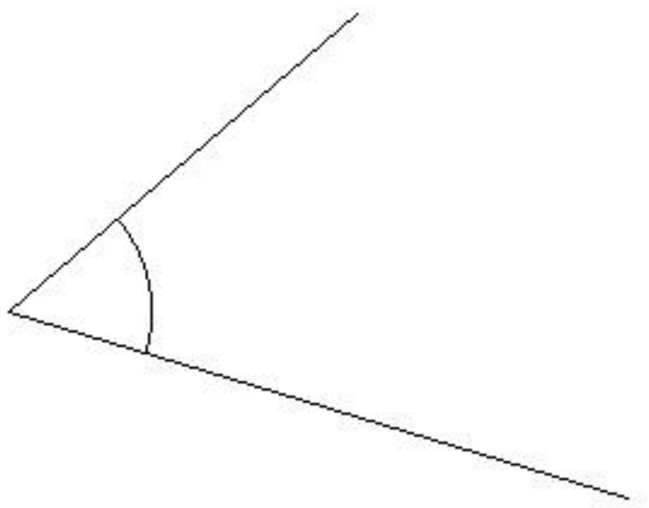
4- Angles égaux : Ce sont deux angles superposables.



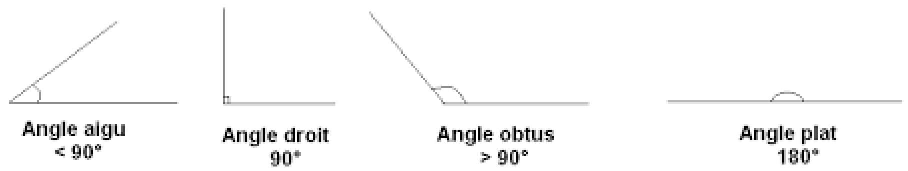
5- Angles adjacents : Deux angles sont **adjacents** lorsqu'ils ont le même sommet, un côté commun et qu'ils sont situés de part et d'autre du côté commun.



6- **Angle droit :** C'est la **motrice** d'un angle plat. C'est aussi un angle de 90°.



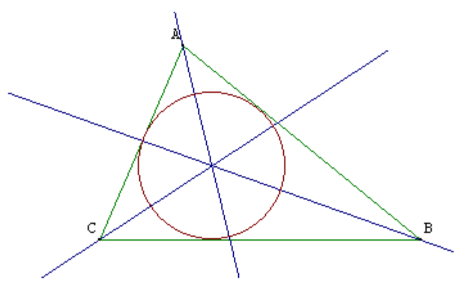
7- **Angle aigu et obtus :**



- On appelle **angle aigu**, un angle inférieur à l'**angle droit**.

- On appelle **angle obtus**, un angle supérieur à l'angle droit.

8- **Bissectrice d'un angle :** C'est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles opposés.



Les 3 bissectrices d'un triangle, et leur intersection, le centre du cercle inscrit.

- B- **Unités d'angles :** Comme unités d'angles, on utilise :

- **Le degré :** (°) C'est le **sous multiple** : **minute** (**'**) et la **seconde** (**''**).

1° = 60'. 1' = 60''.

- **Le grade :** (gr) et ses sous multiples décimaux (**décigrade**, **centigrade**, etc.).

1° = 100 gr

1 gr= 10 dgr

- **Le radian :** 2 π rad = 360° = 400 gr

Remarque :

1- Les angles complémentaires :

Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leur mesure est un angle droit. Exemple : (50° et 40°) ; (30° et 60°).

2- Les angles supplémentaires :

Deux angles sont dits **supplémentaires** si la somme de leur mesure vaut 180°. Exemple : (120° et 60°) ; (110° et 70°) ; (150° et 30°).

II- Trigonométrie :

- **Définition :**

Branche des **mathématiques** qui étudie les **fonctions circulaires** et, grâce à ces fonctions, la « **résolution** » des triangles, c'est-à-dire la détermination de certains de leurs éléments (**côtés** ou **angles**) en fonction d'autres éléments.

1- Les lignes trigonométriques :

Donnons une représentation trigonométrique ou **rapport trigonométrique** définit dans les **triangles rectangles**, soit un **cercle trigonométrique** de centre **0** et l'origine **A** et soit sur ce cercle l'**arc trigonométrique AM** tel que **ϑ+ 2 k π**.

M

Soit P la projection de ------ sur l'axe des **cosinus** et sa projection sur l'axe des **sinus** est **T** et **T'**

U

le point de rencontre de **OM** avec l'axe des **tangentes** et des **cotangentes**.

On appelle :

- Cos de arcs la mesure algébrique de **OB** ;
- Sin de arcs la mesure algébrique de **OQ** ;
- Tangente de arcs la mesure algébrique de **Aπ** ;
- Cotangente de arcs la mesure algébrique de **Bπ**.

Quelque soit la position de grand **M** sur le cercle trigonométrique **cosϑ**, **sinϑ**, **tgϑ** et **cotgϑ**, ils s'appellent les lignes trigonométriques ou fonction circulaire des arcs **Δ**.

Remarque :

Ces définitions nécessitent que : le **sin** et le **cos** d'un arc sont compris entre **-1** et **1**. La **tangente** et **cotangente** peuvent prendre n'importe qu'elle valeur : positive (**+**) ou négative (**-**), et sont comprises entre **- ∞** et **+∞** étant orienté à l'origine sur **A** et **B**. La position de **M** est indépendante de la valeur A de l'arc **AM** étant définie **2kπ**.

Cos (ϑ + kπ) = cosϑ

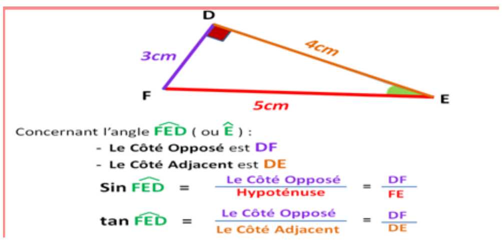
Sin (ϑ + 2 kπ) = sinϑ

Tang (ϑ+2 kπ) = tangϑ

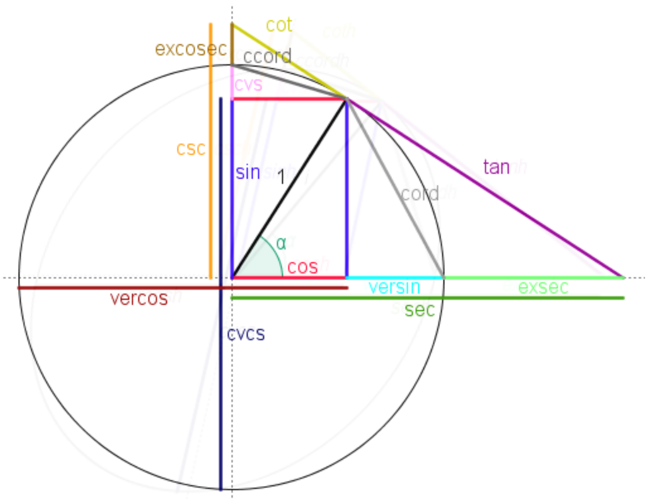
Cotg (ϑ+2 kπ) = cotgϑ

2- Ligne trigonométrique triangle :

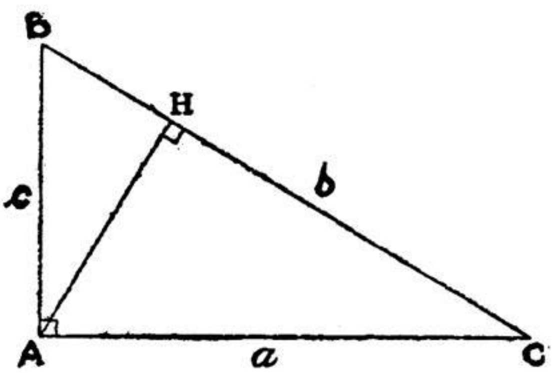
Soit un angle trigonométrique K ÔL, traçons le cercle trigonométrique de centre O de l'angle K ÔL sont définis par les mêmes que celles de l'arc trigonométrique intercepté.



3- Relations trigonométriques d'un même arc :



4- Relations trigonométriques d'un triangle rectangle :



<u>EXERCICE :</u>

Soit un triangle ABC rectangle en A, soit Ձl'angle ABC = 30° et BC= 5m.

Calculer les côtés AB ; AC et l'angle A C B.

III- La Force :

1- Définition :

Une **force** est définie comme un **agent** capable de **modifier** l'état de **repos** ou de **mouvement** d'un **corps** (en **dynamique**), ou de produire une **déformation** (en **statique**).

2- Caractéristique :

Les forces peuvent être de différentes sortes : **électriques**, quand elles s'exercent entre **charges électriques** ; **magnétiques**, quand elles se produisent entre **circuits** parcourus par des **courants** ou entre **dipôles magnétiques**, ou encore, sur des **particules chargées** en mouvement ; **gravitationnelles**, si elles se manifestent entre **masses gravitationnelles** ; **nucléaires** si elles s'exercent entre les **molécules** d'un corps, etc.

Dans la plupart des cas, les forces ne sont pas directement appliquées au contact du corps, mais se manifestent comme des actions à **distance**.

3- Unité de mesure :

L'instrument de mesure de l'**intensité** d'une force est le **dynamomètre**. L'unité principale de mesure de l'intensité d'une force est le **Newton** (**N**). Il existe d'autres unités telles que le **kilogramme force** (**kgf**) ; le **gramme force** (**gf**) ; la **tonne-force** (**tf**).

4- Représentation :

Une force est une **grandeur vectorielle** dont elle est représentée à l'aide d'un **vecteur →**.

Exemple : Une brique posée sur une table, caractéristiques de $\bar{R}$ et e

5- Différentes actions mécaniques :

. Enoncé du principe des actions réciproques

Lorsqu'un corps **A** exerce sur un corps **B** une force **F A/B**, réciproquement, le corps **B** exerce sur le corps **A** une force **F B/A** directement opposée à la première.

Le principe est traduit par : **F A/B = F B/A**.

On distingue deux types d'action mécanique : une **action de contact** et une **action à distance**.

A- Action de contact :

C'est une action par laquelle l'auteur et le récepteur sont en contact l'un de l'autre. On distingue une action de contact répartie et action de contact localisée.

- **Action de contact répartie :** Une action mécanique est dite répartie si elle s'exerce en toute partie d'une **surface** ou d'un **volume**.
- **Action de contact localisée :** Une action mécanique est dite localisée si elle s'exerce sur une zone de dimension suffisamment petite pour être assimilable à un point.

B- Action à distance : C'est une action de sorte que l'auteur et le récepteur ne sont pas en contact.

6- Equilibre d’un corps soumis à deux ou trois forces :

A- Interprétation :

Un corps soumis à deux forces **t1** et **t2** (tension des fils **f1** et **f2**) appliquée aux points **A** et **B**. Elles ont la même direction, la même intensité et de sens opposé.

B- Condition d’équilibre :

Pour qu’un corps soumis à deux forces soit en équilibre, il faut que les deux forces aient la même intensité de sens contraire et que leur somme vectorielle soit nulle.

ξ F ext = 0

Interprétation.

Un corps soumis à trois forces **t1**, **t2** et **t3**, appliquées aux points **A**, **B** et **C**. Elles appartiennent à un même plan : ce sont des **forces coplanaires**.

Pour qu’un corps soumis à trois forces soit en équilibre, il faut que les trois forces soient coplanaires et que leur somme vectorielle soit nulle.

A l’équilibre, **> F ext = 0**

t1 + t2 + t3 = 0

7- Composition et décomposition des forces :

a- Composition :

- **Résultante des forces de même direction et de même sens :**

F F2

A--------------→B C---------------→D

B

A-------→-C---------------------→D

F1 F2

F = F1 + F2

En module, **F = F1 + F2**

- **Résultante des forces de même direction et de sens contraire :**

F1 F2

A-------------------→ B C <--------------------D

A F1 B F

----------------------←--------------------→←--------------.C

D F2

F = F1 +F2

En module, **F2│F1 – F2│**

b- décomposition :

- **Poids d'un corps**

Le poids d'un corps est la **force attractive** exercée par la **Terre** sur ce corps.

Q = mg

N kg N/kg

- **Action horizontale :**

A l'équilibre,

P1 + P = 0 = R̥̄ = - P

R̥̄ = P = mg

Q = mg

- **Tension d'un fil :**

A l'équilibre,

T + P = 0 = T = ß

T = P = mg

T = mg

N kg N/kg

- **Etalonnage d'un ressort :**

Ⱦ ' - Ⱦo + x

pour allongement du ressort **Ⱦo** longueur à vide du ressort, ou longueur du ressort au repos, ou longueur initiale du ressort.

Ⱦ longueur du ressort à l'équilibre.

x allongement du ressort.

Ⱦ 'compression du ressort.

La tension d'un ressort est une force exercée par le ressort proportionnellement à l'allongement du ressort pour soutenir un corps.

T = K. x

N N/m m

Avec K = constante.

K est la grandeur du ressort.

A l'équilibre :

T + P = 0 = T = - P = T = P

= T = mg

N

La courbe d'échantillonnage d'un ressort est une droite passant l'origine du repère. Son équation est :

T = K . x

K est la pente de la droite.

$$K = tg\ \alpha = \frac{t_2 - t_1}{X_2 - x_1}$$

EXERCICE1

Un fil soutient une double en fer de masse H0 150 g. Un aimant attire cette double avec une force magnétique horizontale F, provoquant une déviation α = 30° par rapport à la verticale.

On donne g = 9,8 N/kg.

Calculer à l'équilibre :

1) l'intensité de la force F.
2) La tension du fil.

EXERCICE2

Un solide de masse m = 600 g est posé sur la ligne de la plus grande pente d'un plan incliné faisant un angle α = 45° avec le dorsale. Il est retenu sur ce plan par un fil.

1) Déterminer à l'équilibre l'allongement du ressort et sa longueur initiale, sachant que le ressort prend la longueur de 25 cm à l'équilibre. On donne g = 9,8N/kg.

EXERCICE 1 : SOLUTION

$m = 150$ g = $150_{10\text{-}3}$g

$\alpha = 30°$

g = 9,8N /kg

Déterminons à l équilibre F

1) L’intensité de F :

$$\text{Tg } \alpha = \frac{F}{P} = F = P - tg - \alpha = mg \text{ tg } \alpha$$

F = mg tg α

$F = 150 - 15\ _{-3}$ x 9,8 x tg 30

2) La tension du fil :

$$T_2 = \sqrt{\frac{P2 + F2}{P_2 + F_2}}$$

EXERCICE2 :SOLUTION

m = 600 g; α = 450 g = 9,8 N/kg ; k = 100 N/m ; $\cancel{T}$ ‘ = 25 cm = 0,25 m.

Déterminons à l’équilibre la tension du fil et la réaction du plan incliné :

FT = Px = FT = Px

ξṜ = - Py = ξṜ = Py

sin α PX

---- = Px = P. sin α

P   Px = mg sin α

T = mg sin α

T = 0,6 x9,8 X sin 45

Cos α = Py

---- = Py = P. cos α = mg cos α

P   R = 0,6 x 9,8 x cos 45° = R

c- Etude d'un corps en mouvement : effet de rotation.

On dit qu'une force admet un effet de rotation lorsqu'elle est capable de faire tourner un solide possédant un axe de rotation.

- Considérons la porte de la salle de classe, elle constitue un solide en rotation autour d'un axe.
- Appliquons à la porte une force de direction parallèle à l'axe de rotation Δ ; elle reste immobile. Donc elle n'admet pas un effet de rotation.
- Appliquons à la porte une force de direction sécante (qui coupe) à l'axe de rotation Δ, elle reste immobile. Donc elle n'admet pas un effet de rotation.
- Appliquons à la porte une force de direction non parallèle et non sécante à l'axe de rotation Δ, elle se met à tourner. Donc elle admet un effet de rotation.

Conclusion :

L'effet de rotation d'une force localisée sur un solide susceptible de tourner autour d'un axe fixe dépend de :

C- l'intensité de la force ;
D- la position de la droite d'action par rapport à l'axe.

IV- Moment d'une force :

1- Définition :

Le moment d'une force par rapport à un axe fixe **Δ** ou à un point **O** est le produit algébrique de l'intensité de la force par le bras du levier. On appelle aussi moment, le **module** du **vecteur** précédemment défini.

MF /Δ = MF/O = ± F x d

N.m N m

Le moment est positif si la force a tendance à tourner le système dans le sens **trigonométrique**.

Le moment est négatif si la force à tendance à faire tourner le système dans le sens des aiguilles d'une montre.

MF/O = - F x d

N. m N m

2- Couples de forces :

Un couple de force est un ensemble de deux forces parallèles non confondues, de sens contraire et de même intensité.

Exemple : utilisation d'un **tournevis** ou d'un **tire-bouchon**. Tout couple a un sens. Si la rotation se fait dans le sens du couple : on dit qu'on a un **couple moteur** ; dans le cas contraire on a **couple résistant**.

3- Moment d'un couple de forces :

Le moment d'un couple de forces est le produit algébrique de l'intensité commune des deux forces par la résistance qui sépare leur **droite d'action**.

M = ± F x d